|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Место занятия в расписании** | | **Тема** | **Цели** | | **Задачи** | **Контрольные вопросы и задания** | **Д/з** |
| Дата | 03.11.21 | **Однородные дифференциальные уравнения.** | Дидактическая | Обобщить, систематизировать и закрепить знания, умения и навыки по ДУ с разделёнными и разделяемыми переменными, ознакомить студентов с однородными ДУ и методикой их решения. | 1) Закрепить знания, умения и навыки по ДУ.  2) Ознакомить с однородными ДУ. | Задания лекционного занятия | Изучить и составить конспект, решить ДУ  **ху' = уln**. |
| Группа | 1СТМ | Развивающая | Развивать логическое и аналитическое мышление. |
| Пара | III | Воспитательная | Воспитывать любознательность и самостоятельность. |
| № занят. | 23 |

Подтвердите своё присутствие на занятии. Составьте конспект в соответствии с требованиями при помощи лекции и учебника Богомолов Н.В. Практические занятия по математике, учебное пособие для СПО. М.: «Высшая школа», 2014.. Фото конспект отправьте на почту **elenabragina7@gmail.com** до 03.11.21 включительно. Работа должна быть выполнена в рамках рабочего времени, отведенного на занятие по математике.

**03.11**

**Однородные дифференциальные уравнения.**

**1) Закрепление знаний, умений и навыков по ДУ с разделёнными и разделяемыми переменными (записать в конспект).**

**Для закрепления знаний, умений и навыков необходимо самостоятельно решить практические задания (записать в конспект).**

**Пример 1.** Решить ДУ (х+3) dx = (у-1) dy, если х = 0, у = 0.

**Пример 2.** Решить ДУ у dx = у dy.

**2) Изучение нового материала. Мотивация изучения (ознакомиться).**

На данном занятии мы рассмотрим так называемые **однородные дифференциальные уравнения первого порядка**. Наряду с [уравнениями с разделяющимися переменными](http://mathprofi.ru/differencialnye_uravnenija_primery_reshenii.html) и [линейными неоднородными уравнениями](http://mathprofi.ru/lineinye_differencialnye_uravnenija.html) этот тип ДУ встречается практически в любой контрольной работе по теме диффуров.

**3) Изучение нового материала. Рассмотрим однородные ДУ и метод их решения (записать в конспект).**

Многие принципы решения однородных уравнений и используемые технические приемы будут точно такими же, как и для простейших уравнений с разделяющимися переменными.

В чём отличие однородных дифференциальных уравнений от других типов ДУ? Это проще всего сразу же пояснить на конкретном примере.

**Пример 1.** Решить дифференциальное уравнение ху' = у - х .

**Решение:**  
Что **в первую очередь** следует проанализировать при решении **любого** дифференциального уравнения **первого порядка**? В первую очередь необходимо проверить, а нельзя ли сразу разделить переменные с помощью «школьных» действий? Обычно такой анализ проводят мысленно или пытаются разделить переменные на черновике.

В данном примере **переменные разделить нельзя** (можете попробовать поперекидывать слагаемые из части в часть, повыносить множители за скобки и т.д.). Кстати, в данном примере, тот факт, что переменные разделить нельзя, достаточно очевиден  ввиду наличия  множителя .

Возникает вопрос – как же решить это ДУ?

Нужно проверить, а **не является ли данное уравнение однородным**? Проверка несложная, и сам алгоритм проверки можно сформулировать так:

В исходное уравнение вместо х подставим λх, вместо у подставим λу, производную не трогаем. Получаем уравнение:

λху' = λу - λх.

Буква лямбда – это условный параметр, и здесь он играет следующую роль: если в результате преобразований удастся «уничтожить» ВСЕ лямбды и получить исходное уравнение, то данное дифференциальное уравнение **является однородным**.

Очевидно, что лямбды сразу сокращаются в показателе степени:

λху' = λу - λх.

Теперь в правой части выносим лямбду за скобки:

λху' = λ(у- х)

и обе части делим на эту самую лямбду:

ху' = у - х .

В результате **все** лямбды исчезли как сон, как утренний туман, и мы получили исходное уравнение.

**Вывод:** Данное уравнение является однородным

Поначалу рекомендую проводить рассмотренную проверку на черновике, хотя очень скоро она будет получаться и мысленно.

**Как решить однородное дифференциальное уравнение?**

Абсолютно все однородные уравнения можно решить с помощью одной-единственной (!) стандартной замены **у = tx, где t - это функция, зависящая от переменной х.**

Выясняем, во что превратится производная у' при такой замене, используя правило дифференцирования произведения и с учётом, что t - это функция, зависящая от переменной х, т.е. сложная функция:

**у'** = (tx)' = t'∙х + t∙x' **= t'∙х + t.**

**Подставим замену у = tx и у'= t'∙х + t в заданное уравнение:**

ху' = у - х,

х∙(t'∙х + t) = tx - х∙.

После данной замены и проведенных упрощений мы гарантировано получим уравнение с разделяющимися переменными:

х∙(t'∙х + t) = х∙( t - ) (вынесли за скобки общий множитель х),

t'∙х + t = t - ,

t'∙х = - (убрали одинаковое слагаемое слева и справа в уравнении).

Заменим t' дифференциалом .

∙ x = - .

Получили ДУ с разделяемыми переменными.

Разделим переменные, собрав слева только "тэ", а справа только "икс".

Умножив обе части уравнения на :

х∙ = - ∙.

Теперь обе части разделим на х:

= .

Теперь обе части разделим на - или умножим на - :

- = .

Получили ДУ с разделёнными переменными.

Проинтегрируем обе части уравнения:

- = .

= ln│x│+ ln│C│.

После того, как уравнение проинтегрировано, нужно провести обратную замену, она тоже стандартна и единственна:

если **у = tx, то t = .**

= ln│x│+ ln│C│- это общее решение ДУ, которое записано в виде неявной функции, т.е. в виде общего интеграла.

**Почему почти всегда ответ однородного уравнения даётся в виде общего интеграла?  
В большинстве случаев невозможно выразить «игрек» в явном виде (получить общее решение), а если и возможно, то чаще всего общее решение получается громоздким и корявым.**

**Пример2.** Решить ДУ (х+у)у' +у = 0. **Решить самостоятельно.**

**3) Домашнее задание: изучить и составить конспект, решить ДУ ху' = уln**.